ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017. ГОДИНЕ.

VII
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ

ДРЖАВНИ НИВО
Шабац
09-10.04.2017.

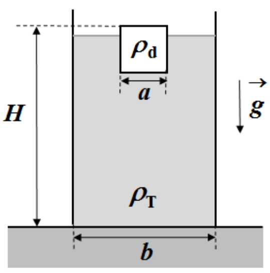
1. У посуди са течношћу густине $\rho_{\mathrm{T}} = 1150\,\mathrm{kg/m^3}$ плива хомогени комад дрвета облика коцке странице $a = 2\,\mathrm{cm}$ (слика 1). Посуда има облик квадра чија је основа квадрат странице $b = 5{,}5\,\mathrm{cm}$. Запремина течности у посуди је $V = 250\,\mathrm{cm^3}$. Одредити на којој висини у односу на дно посуде се налази ивица коцке која је изван течности, дакле тражи се висина H (слика 1). Густина дрвета је $\rho_{\mathrm{d}} = 920\,\mathrm{kg/m^3}$.

2. Тело чија је почетна брзина $v_0 = 20\,\mathrm{m/s}$ креће се равномерно успорено током времена t_1 и прелази пут $s_1 = 200\,\mathrm{m}$ те постиже одређену брзину (означимо је са v_2). Брзином v_2 наставља да се креће равномерно, одређено време t_2 и прелази пут $s_2 = 400\,\mathrm{m}$. Након тога тело почиње да се креће равномерно убрзано током времена t_3, прелази пут $s_3 = 600\,\mathrm{m}$ и постиже поново брзину $v_0 = 20\,\mathrm{m/s}$. Нацртати график зависности брзине тела од времена, од почетка успоравања до тренутка када поново постигне брзину v_0. Наведени временски интервал у овом случају представља укупно време кретања тела. Одредити укупно време кретања тела ако важи услов да је $t_2 = t_1 + t_3$.

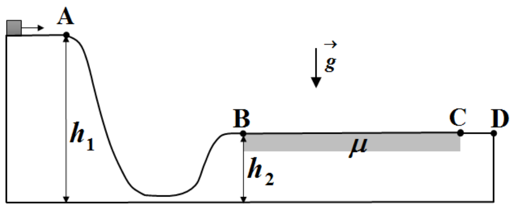
3. Аутомобил масе $m = 1500\,\mathrm{kg}$, приликом претицања, на путу дужине $s = 100\,\mathrm{m}$ повећа своју брзину са $v_1 = 54\,\mathrm{km/h}$ на $v_2 = 90\,\mathrm{km/h}$ под дејством вучне силе мотора F_{V} константне вредности. Сила трења има константну вредност $F_{\mathrm{tr}} = 295\,\mathrm{N}$. Одредити средњу снагу коју развија мотор на путу дужине $s = 100\,\mathrm{m}$.

4. Тело се креће по шинама дуж дела тобогана који изгледа као на слици 2. Брзина тела при проласку кроз тачку A је $v_{\mathrm{A}} = 4\,\mathrm{m/s}$. Висина хоризонталног дела који се завршава тачком A у односу на подлогу је $h_1 = 6\,\mathrm{m}$, а висина хоризонталног дела на којој се налазе тачке B, C и D у односу на подлогу је $h_2 = 2\,\mathrm{m}$ (слика 2). Трење између тела и тобогана је занемарљиво осим на делу дужине $\overline{\mathrm{BC}} = L = 10{,}5\,\mathrm{m}$, а коефицијент трења износи $\mu = 0{,}5$. Одредити да ли ће тело успети да стигне до тачке D. Тело је везано за шине тако да је у сталном контакту са тобоганом, тј. током кретања не долази до одвајања тела од тобогана.

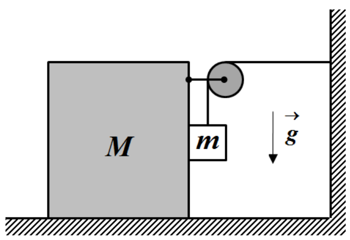
5. Тела чије су масе $M = 10\,\mathrm{kg}$ и $m = 5\,\mathrm{kg}$ повезана су на начин као што је приказано на слици 3. Одредити интензитет убрзања тела масе m у односу на подлогу ако се тела пусте да се слободно крећу из стања мировања. Током кретања тела су у сталном контакту. Масу неистегљиве нити, масу котура и трење занемарити. Котур је чврсто везан за тело масе M .



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Сваки задатак носи 20 поена. Напомена: Сва решења детаљно објаснити. Уз решење сваког задатка приложити и одговарајућу слику са јасно дефинисаним физичким величинама. Јасно дефинишите све ознаке које користите, нарочито оне које нису уобичајене!

Задатке припремио: Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд
Рецензент: Проф. др Иван Манчев, ПМФ, Ниш
Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017. ГОДИНЕ.

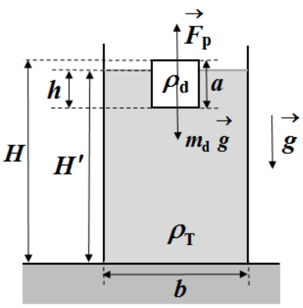
VII
РАЗРЕД

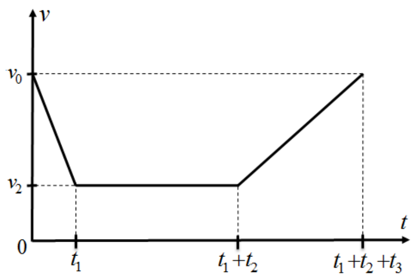
Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА

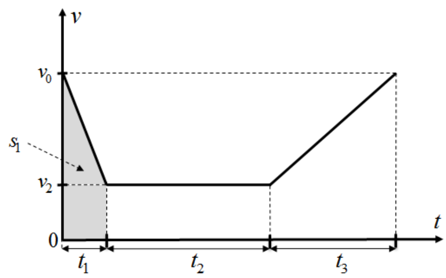
ДРЖАВНИ НИВО
Шабац
09-10.04.2017.

$\boxed{1.}$ Означимо са h део висине коцке који се налази у течности, а са H' висину на којој се налази слободна површина течности у односу дно посуде. Како комад дрвета плива у течности важи $\rho_\text{T} \cdot a^2 h \cdot g = \rho_\text{d} \cdot a^3 \cdot g$ **[9п]** тако да је $h = \dfrac{\rho_\text{d} a}{\rho_\text{T}} = 1{,}6\,\text{cm}$ **[1+1п]**. Тражена висина је $H = H' + (a-h)$ **[3п]**. Висину H' можемо да одредимо преко запремине течности у посуди $V = b^2 H' - a^2 h$ **[3п]** тако да је $H' = \dfrac{V + a^2 h}{b^2} \approx 8{,}5\,\text{cm}$ **[1+1п]**. Из претходних једначина следи да је $H \approx 8{,}9\,\text{cm}$ **[1п]**.

$\boxed{2.}$ Тело прелази пут дужине s_1 средњом брзином $v_{\text{sr1}} = \dfrac{v_2 + v_0}{2}$ за време t_1 тако да је $t_1 = \dfrac{2s_1}{v_2 + v_0}$ **[5п]** (графички пређени пут s_1 једнак је површини трапеза чије су базе v_0 и v_2, а висина t_1, тако да је $s_1 = \dfrac{v_0 + v_2}{2} \cdot t_1$). Затим прелази пут дужине s_2 константном брзином v_2 за време $t_2 = \dfrac{s_2}{v_2}$ **[1п]**. Последњи део укупног пута дужине s_3 прелази средњом брзином $v_{\text{sr3}} = \dfrac{v_2 + v_0}{2}$ за време $t_3 = \dfrac{2s_3}{v_2 + v_0}$ **[5п]**. Како важи $t_1 + t_3 = t_2$ следи да је $\dfrac{2s_1}{v_2 + v_0} + \dfrac{2s_3}{v_2 + v_0} = \dfrac{s_2}{v_2}$ па је $v_2 = \dfrac{v_0 s_2}{2s_1 + 2s_3 - s_2}$ **[2п]** ($v_2 \approx 6{,}7\,\text{m/s}$). Укупно време кретања је $t_u = t_1 + t_2 + t_3 = 2t_2 = \dfrac{2s_2}{v_2} = \dfrac{2(2s_1 + 2s_3 - s_2)}{v_0} = 120\,\text{s}$ **[2+1п]**.







Коректно нацртан график носи 4 поена.

$\boxed{3.}$ **Први начин.** Из закона одржања енергије $E_{\text{k2}} - E_{\text{k1}} = A_\text{V} + A_\text{tr}$ односно $\dfrac{mv_2^2}{2} - \dfrac{mv_1^2}{2} = F_\text{V} s - F_\text{tr} s$ **[9п]**, следи да је вучна сила једнака $F_\text{V} = \dfrac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2s} + F_\text{tr}$ **[2п]** ($F_\text{V} = 3295\,\text{N}$). Средња снага је $P_\text{sr} = \dfrac{F_\text{V} \cdot s}{t}$ **[3п]** односно $P_\text{sr} = F_\text{V} \cdot v_\text{sr}$ **[3п]**, при чему је $v_\text{sr} = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$ **[2п]** ($v_\text{sr} = 20\,\text{m/s}$), тако да је $P_\text{sr} = [\dfrac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2s} + F_\text{tr}] \cdot \dfrac{v_1 + v_2}{2} = 65{,}9\,\text{kW}$ **[1п]**.

Други начин. Динамичка једначина кретања тела је $ma = F_\text{V} - F_\text{tr}$ **[5п]**, док је кинематичка једначина $v_2^2 = v_1^2 + 2as$ **[4п]**. Из претходне две једначине добијамо да је вучна сила једнака $F_\text{V} = \dfrac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2s} + F_\text{tr}$ **[2п]** ($F_\text{V} = 3295\,\text{N}$). Наставак решења је исти као у првом начину.

4. Из закона одржања енергије $\frac{mv_A^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_B^2}{2} + mgh_2$ **[7п]** следи да је брзина тела у тачки B једнака $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g(h_1 - h_2)}$ **[2п]** ($v_B \approx 9{,}72\,\text{m/s}$).

Први начин. Пут s који би тело прешло до заустављања на делу подлоге на ком трење није занемарљиво добијамо из једначине $\frac{mv_B^2}{2} = \mu mgs$ **[5п]** тј. $s = \frac{v_A^2 + 2g(h_1 - h_2)}{2\mu g} \approx 9{,}63\,\text{m}$ **[2+1]**. Како је $s < L$ следи да тело неће успети да стигне до тачке D **[3п]**.

(**Или**, из $\frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} = -\mu mgL$ **[5п]** следи $v_C^2 = v_B^2 - 2\mu gL \approx -8{,}53\,\text{m}^2/\text{s}^2$ **[2+1п]**, те како нема реалних решења за брзину v_C следи да тело неће успети да стигне до тачке C, а самим тим тело неће успети да стигне до тачке D **[3п]**).

Други начин. На делу подлоге на ком трење није занемарљиво успорење тела је $a = \mu g$ **[3п]**, а зауставни пут тела је $s = \frac{v_B^2}{2a}$ **[2п]**, па је $s = \frac{v_A^2 + 2g(h_1 - h_2)}{2\mu g} \approx 9{,}63\,\text{m}$ **[2+1]**. Како је $s < L$ следи да тело неће успети да стигне до тачке D **[3п]**.

(**Или**, $v_C^2 = v_B^2 - 2aL = v_B^2 - 2\mu gL \approx -8{,}53\ \text{m}^2/\text{s}^2$ **[7+1п]**, те како нема реалних решења за брзину v_C следи да тело неће успети да стигне до тачке C, а самим тим тело неће успети да стигне до тачке D **[3п])**.

5. **Први начин**. Једначине кретања тела су $Ma_x = T - N$ **[3п]**, $ma_x = N$ **[3п]** (**или** $(M+m)a_x = T$ **[6п]**), и $ma_y = mg - T$ **[3п]**, а веза између убрзања $a_x = a_y$ **[4п]**. Из претходних једначина следи да је $a_x = \frac{mg}{M+2m}$ **[2п]**. Убрзање тела у односу на подлогу је $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ **[2п]**, односно $a = a_x\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}mg}{M+2m} \approx 3{,}5\,\text{m/s}^2$ **[2+1п]**.

Други начин. Тело масе m се у почетном тренутку ($t = 0$) налазило на висини h_0 у односу на подлогу. Након времена t од почетка кретања тело m се спусти дуж тела M за растојање l при чему је $l = a_y t^2/2$, и у том тренутку се налази на висини h, при чему важи $h_0 - h = l$ **[1п]**. Веза између убрзања тела је $a_x = a_y$ **[4п]**. Тада је $l = a_y t^2/2 = a_x t^2/2$, а како су тела почела да се крећу из стања мировања брзине тела у тренутку t су редом $v_x = a_x t$ и $v_y = a_y t$. По закону одржања енергије важи $mgh + \frac{Mv_x^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} - mgh_0 = 0$ **[6п]** (1), јер је рад унутрашњих сила једнак нули $A = A_M + A_m = (T \cdot l - N \cdot l) + (N \cdot l - T \cdot l) = 0$. Даље, једначина (1) добија облик $\frac{(M+2m)(a_x^2 t^2)}{2} = mg \cdot \frac{a_x t^2}{2}$ **[2п]**. Из последње једначине следи да је $a_x = \frac{mg}{M+2m}$ **[2п]**, па је $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ **[2п]** и коначно $a = a_x\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}mg}{M+2m} \approx 3{,}5\,\text{m/s}^2$ **[2+1п]**.